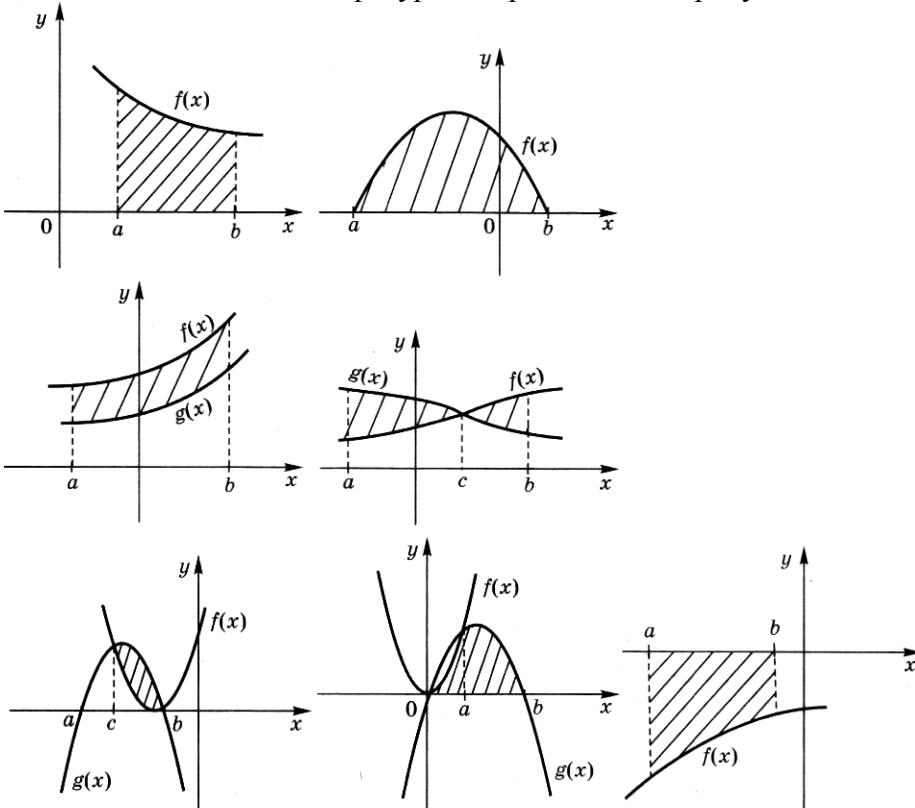
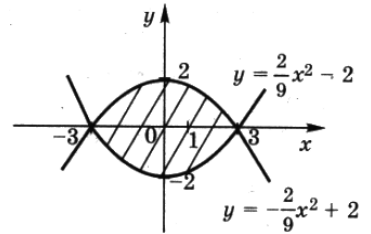


Зачет по теме «ПЕРВООБРАЗНАЯ»

I. Вопросы по теории

1. Сформулируйте определение первообразной функции, приведите примеры.
2. Докажите основное свойство первообразной.
3. Три правила нахождения первообразных.
4. Как вычислить площадь фигуры, если она ограничена графиком функции $p(x)$, где $p(x) < 0$?
5. Укажите различные способы вычисления площади фигуры и выберите из них самый рациональный.
6. Как найти площади фигур, изображенных на рисунках?



II. Решение задач

1. Найдите первообразную для функции $f(x)$, проходящую через точку M :
 - 1) $f(x) = 2\sin x - 3\cos x$, $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$;
 - 2) $f(x) = -x + 1$, $M(-2; -3)$;
 - 3) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$, $M\left(\frac{\pi}{4}; 2\right)$;
 - 4) $f(x) = x^3$, $M(1; -1)$.
2. Найдите площади фигур, ограниченных линиями:
 - 1) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$;
 - 2) $y = x^2$, $y = 1$, $y = 4$;
 - 3) $y = x^2 + 1$, $y = x + 3$;
 - 4) $y = -|x| + 2$, $y = x^2$;
 - 5) $y = \cos x$, $y = 0$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$;

$$6) |y| = -x^2 + 1;$$

$$7) y = \arccos x, y = 0, x = 0; x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$8) y = \sqrt[3]{x^2} - 1, y = 0;$$

$$9) y = -x^2 + 2, y = -x;$$

$$10) y = x^3, x = 0, y = 1, y = 3;$$

$$11) y = -x^2 + 2x + 3, y = 0;$$

$$12) y = \sqrt{|x|}, y = 0, x = -1, x = -2;$$

$$13) y = x^2 - 4, y = x;$$

$$14) y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2;$$

$$15) y = 4 - x^2, y = 3, y = 0;$$

$$16) y = |x^2 - 1|, y = 0, x = 0, x = 2;$$

$$17) |y| = -0,5x^2 + 2;$$

$$18) y = x^3 - 2x^2 - x + 2, y = 0, x = -1, x = 3.$$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - 4x + 4$ и графиком ее первообразной, проходящим через точку $M(1; 1)$.

4.

1) Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент t равна $V(t) = 10 - 0,2t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 3 до 10 с, если скорость измеряется в м/с.

2) Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент t равна $V(t) = \sqrt{t} + \cos \pi t$. Найдите координату в момент t , если ее координата в момент $t = 0$ равна 3.

3) Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент t равна $V(t) = 10t - 0,008t^3$. Найдите путь, пройденный точкой за промежуток от $t = 10$ с до $t = 20$ с и ее ускорение в конце пути, если скорость измеряется в м/с.

4) Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент t равна $V(t) = t^2 - t + 1$. Известно, что в начальный момент времени $t = 0$ координата точки равна -1. Найдите координату и ускорение точки в момент времени t .

5.

1) Тело массой 5 кг движется по прямой так, что действующая на него сила в момент времени t равна $6t - \frac{2}{t^3}$. Найдите путь, пройденный телом за промежуток времени от 2 до 5 с, если известно, что его скорость в момент $t = 1$ равна 3 м/с. (Сила измеряется в Н.)

2) Определите кинетическую энергию однородного цилиндра, катящегося без проскальзывания по плоскости со скоростью 1 м/с. Радиус цилиндра равен R м, масса цилиндра m кг.

3) Силой в 180 Н пружина растягивается на 2 см. Первоначальная длина пружины была 20 см. Какую нужно совершить работу, чтобы растянуть пружину до 25 см?

6. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции, образованной линиями $y = 0$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$.