

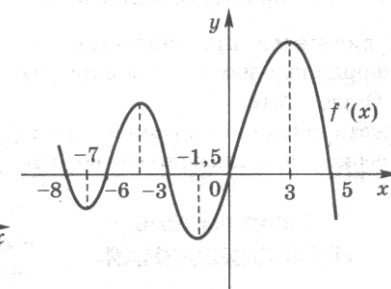
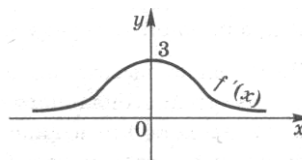
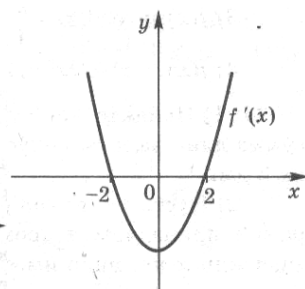
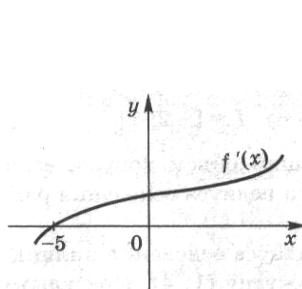
Зачет по теме «Применение производных»

I. Вопросы по теории

1. Геометрический смысл производной, касательная к графику функции и ее уравнение.
2. Физический смысл производной, примеры, производная в физике и технике.
3. Признак возрастания (убывания) функций (доказательство одного по выбору учащегося).
4. Критические точки функции, ее максимумы и минимумы.
5. Применение производных к исследованию функции и построению графиков.
6. Наибольшее и наименьшее значения функции.

II. Решение задач

1. Напишите уравнение касательной к графикам функций $f(x)$ в точке с абсциссой x_0 :
 - 1) $f(x) = x^3 - 3x^2$, $x_0 = 1$;
 - 2) $f(x) = -x^3 + x - 1$, $x_0 = -2$;
 - 3) $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$, $x_0 = -1$.
2. При каком значении a данная прямая является касательной к графику функции $f(x)$:
 - 1) $y = 3x + a$, $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$;
 - 2) $y = ax - 5$, $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$?
3. При каких значениях p через точку $B(p; -1)$ можно провести три различные касательные к графику функции
$$y = x^3 - 3x^2 + 3?$$
4. Укажите критические точки функции $f(x)$, если график ее производной изображен на рисунке.



5. Найдите критические точки функций:

1) $f(x) = \sin 5x \cos 3x - \cos 5x \sin 3x$;

2) $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x - \cos 2x$;

3) $f(x) = x + \frac{4}{x}$;

4) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 8x + 4$.

6. Найдите промежутки возрастания и убывания функций:

1) $f(x) = x^2(x + 3)$; 2) $f(x) = |x^3 - 3x|$;

3) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^2 - 3$.

7. Исследуйте функцию $f(x)$ и постройте ее график:

1) $f(x) = 0,2x^5 - 4x^2$; 6) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$;

2) $f(x) = -x^4 + 2\frac{2}{3}x^3 - 3$; 7) $f(x) = x(x^2 - 3)$;

3) $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$; 8) $f(x) = \frac{x+2}{x^3}$;

4) $f(x) = x^2(3 - x)$; 9) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 12$;

5) $f(x) = 0,25x^4 - 1,5x^2$; 10) $f(x) = x - \sin x$.

8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций $f(x)$ на промежутке I :

1) $f(x) = x^3 - 27x - 6$, $I = [-5; 2]$;

2) $f(x) = 2\sin x + \cos 2x$, $I = \left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$;

3) $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$;

4) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$, $I = [-2; 1]$.

9.

1) Найдите наибольший объем конуса, если сумма длин высоты конуса и радиуса основания равна 3 дм.

2) Пусть x - длина радиуса основания цилиндра и x принадлежит промежутку $(1; 4)$. При каком значении x цилиндр имеет наибольший объем, если площадь полной поверхности цилиндра равна 54π ?

3) Объем правильной четырехугольной призмы равен $4\sqrt{2}$. Чему равна высота призмы, имеющей наименьший периметр диагонального сечения?

4) Число 12 представьте в виде трех положительных слагаемых так, чтобы первое было в три раза меньше второго, а их произведение было наибольшим.

5) Тело движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 - t$ (координата измеряется в метрах, время - в секундах). Определите:

1) скорость движения в момент $t = 3$ с;

2) ускорение движения в момент времени $t = 0,2$ с.