

Зачет по теме
«РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»

I. Вопросы по теории

1. Теорема о корне.
2. Сформулируйте определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса, приведите примеры.
3. Дайте решения простейших тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
4. Сформулируйте способы решения тригонометрических уравнений, приведите примеры.
5. Приведите алгоритм решения тригонометрических неравенств.

II. Решение задач

1. Решите уравнения:

- 1) $2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0$;
- 2) $\cos^2 3x + \sin 3x - 1 = 0$;
- 3) $\cos^2 x + \sin x \cos x = 0$;
- 4) $4\sin^2 x + 2\sin x \cos x = 3$;
- 5) $\sin 5x = -\sin x$;
- 6) $2\sin^2 x + \cos 4x = 0$;
- 7) $2\cos^2 2x + \cos 10x - 1 = 0$;
- 8) $\cos 2x + 3\sin x = 2$;
- 9) $2\sin x - 3\cos x = 0$;
- 10) $\cos 3x = \cos 5x$;
- 11) $\sin x = \cos 3x$;
- 12) $\cos 3x \cos 2x = \sin 3x \sin 2x$;
- 13) $3\sin x + 4\cos x = 2$;
- 14) $|\cos x - \sin x| = 1 + 2\sin 2x$.

2. Решите неравенства:

- 1) $\cos x > \frac{1}{3}$;
- 2) $\sin x + \cos 2x > 1$;
- 3) $|\sin 2x| \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 4) $\sin 3x < -\frac{1}{2}$;
- 5) $|\operatorname{tg} x| > 1$;
- 6) $3\operatorname{ctg} 2x \geq \sqrt{3}$;
- 7) $|\sin x| > \frac{1}{2}$;
- 8) $|\cos x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 9) $\sin \frac{2x}{3} < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Найдите область определения функции:

- 1) $y = \sqrt{4\cos x - 3}$;
- 2) $y = \sqrt{3 - 4\sin x}$;
- 3) $y = \sqrt{1 - 2\sin 2x}$.

4. Сколько корней имеет уравнение

$$\sin^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) + \cos x \operatorname{tg} x = 1 \text{ на промежутке } (0; 2\pi)?$$

5. Найдите решение уравнения

$$|\sin(2x - 1)| = \cos x, \text{ удовлетворяющее условию } |x| < 2\pi.$$

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cos y = 0,25, \\ \sin y \cos x = 0,75. \end{cases}$$