

Урок по математике для 11-го класса с применением ИКТ "Тела вращения"

Цели:

- **Образовательные** (познакомить учащихся с понятиями цилиндра, конуса и шара, как геометрических тел, так тел вращения, познакомиться с выводом формул площадей боковых поверхностей и полных поверхностей тел вращения, привить навыки построения тел вращения, рассмотреть различные виды сечений тел вращения, осуществить связь между новым материалом и ранее изученным).
- **Развивающие** (способствовать развитию пространственного воображения, создавать условия для развития проводить аналогию с ранее изученным материалом, развитие логического мышления, сообразительности, расширение кругозора учащихся).
- **Воспитывающие** (всесторонне способствовать развитию устойчивого интереса к математике через обучение с применением информационных технологий).

Задачи:

1. Выявить уровень подготовленности учащихся по информатике и геометрии; систематизировать полученные знания.
2. Помочь в развитии и саморазвитии творческих способностей личности; обучить приёмам организации интеллектуального труда.
3. Научить учащихся ориентироваться в мировом океане информации, умению отбирать нужную информацию.
4. Сформировать понятие цилиндра (конуса, шара) как геометрическое тело и как тело вращения
5. Продолжить воспитание у учащихся уважительного отношения друг к другу, чувства товарищества, культуры общения, чувства ответственности, аккуратности (при оформлении заданий).

Тип урока: Урок-лекция и использованием ИКТ, знакомство с новым материалом.

Время: 2 урока.

Структура урока:

1. Организационный момент
2. Объяснение нового материала
3. Домашнее задание

Заметки к лекции: *курсивом* обозначена деятельность детей, подчеркивание показывает содержание слайда.

Ход урока

Сегодня на уроке мы приступаем к изучению нового материала. Нам предстоит следующая работа: сначала внимательно смотрите на изображение на экране и слушаете, затем необходимое зафиксируете в тетрадь. Вам на уроке понадобятся чертежные принадлежности (линейка, карандаш, циркуль, резинка).

Презентация.

Приступаем к работе.

Тема урока “Тела вращения” (*записывают тему урока*), в нее входят такие разделы: Цилиндр. Сечение. Вписанная и описанная призма. Конус. Сечение. Вписанная и описанная пирамида. Шар. Симметрия. Пересечение двух сфер.

Начнем с цилиндра. Изучая данный, раздел мы познакомимся с определением цилиндра как геометрического тела, понятием прямого цилиндра, с его элементами (поверхность, высота, радиус, ось), с определением цилиндра как тела вращения, со свойствами цилиндра, с видами сечений цилиндра плоскостями, вписанной и описанной призмой, с формулой площади цилиндра.

Итак, прежде чем мы начнем знакомство с цилиндром давайте вспомним такие понятия: параллельные плоскости, прямая перпендикулярная к плоскости, параллельный перенос.

Ответы.

Определение цилиндра как геометрического тела.

Цилиндром (точнее, круговым цилиндром) называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.

Запишите в тетради определение цилиндра и попробуйте его изобразить в своих тетрадях. (*Записывают и рисуют*).

Скажите, что изображают прерывистой линией?

Ответы. (Невидимые линии)

Посмотрите, какую фигуру (ранее изученную) вам напоминает цилиндр?

Ответы. (Призму)

Скажите, а какие элементы имеет призма?

Ответы.

Цилиндр тоже имеет свои элементы, давайте познакомимся с ними.

Круги называются основаниями цилиндра. Подпишите на своем рисунке, где находятся основания. (*Записывают*)

Отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов называются образующими цилиндра. (*Записывают определение и обозначают образующие*)

Мы с вами будем работать с прямым цилиндром, а что это такое давайте рассмотрим определение.

Цилиндр называется прямым, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований. (Записывают определение)

Кроме этого у цилиндра есть следующие элементы: поверхность, высота, ось и радиус. Давайте познакомимся с этими понятиями.

Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

Радиусом цилиндра называется радиус его основания.

Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями его оснований.

Осью цилиндра называется, прямая, проходящая через центры оснований. Она параллельна образующим.

Мы рассмотрели определение цилиндра как геометрического тела и познакомились с элементами цилиндра. Давайте теперь рассмотрим цилиндр как тело вращения. Как вы думаете, при вращении какой геометрической фигуры образуется цилиндр?

Ответы.

Цилиндр может быть получен вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.

На рисунке изображен цилиндр, полученный вращением прямоугольника ABCD вокруг стороны AB. При этом боковая поверхность цилиндра образуется вращением стороны CD, а основание - вращением сторон BC и AD

Кроме того, что цилиндр имеет элементы, он еще обладает и свойствами. Давайте с ними познакомимся.

1. Основания цилиндра равны.
2. Основания цилиндра лежат в параллельных плоскостях.
3. Образующие цилиндра параллельны и равны

Ничего сложно в запоминании этих свойств нет. Не зря мы в начале лекции с вами вспоминали некоторые понятия, которые в конечном счете помогли не только дать определение цилиндра и построить его, но и привели к этим свойствам. (Параллельные плоскости, прямая перпендикулярная к плоскости, параллельный перенос)

Запишите в тетради эти свойства.

Давайте вернемся к призме. Какие фигуры мы могли получить при сечении призмы плоскостями?

Ответы.

А как вы думаете при сечении цилиндра, какие фигуры могут получиться?

Ответы.

Сечение цилиндра плоскостью, параллельно его оси, представляет собой прямоугольник.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах.

Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник, две стороны которого – образующие, а две другие - диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называется осевым.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах

Если секущая плоскость перпендикулярна к оси цилиндра, то сечение является круговым. Такая секущая плоскость отсекает от данного цилиндра тело, являющееся цилиндром.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах

Плоскость, параллельная плоскости основания цилиндра, пересекает его боковую поверхность по окружности, равной окружности основания.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах

Если секущая плоскость не параллельна ни основанию, ни образующим, то в сечении получается эллипс

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах

Я не зря вам горю о сравнении цилиндра с призмой. Дело в том, что призму можно вписать в цилиндр, а можно описать призму цилиндром. Сразу всплывают в памяти треугольники вписанный и описанный окружность. Давайте посмотрим, как это выглядит.

Вписанная призма.

Призмой, описанной около цилиндра, называется призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковые грани касаются цилиндра.

Запишите и зарисуйте в тетрадах.

Для того чтоб ввести понятие описанной призмы, давайте познакомимся с понятием касательная плоскость к цилиндру.

Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость, проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

Запишите и зарисуйте в тетрадах.

Призмой, описанной около цилиндра, называется призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковые грани касаются цилиндра.

Запишите и зарисуйте в тетрадах.

Мы подошли к площади полной поверхности цилиндра. Площадь полной поверхности цилиндра состоит из двух площадей оснований и площади боковой поверхности.

Площади оснований легко найти, достаточно знать формулу площади круга.

А с площадью боковой поверхности дело обстоит следующим образом: за площадь боковой поверхности цилиндра принимается площадь ее развертки.

Т.к. площадь прямоугольника $ABB'A'$ равна $AA' \cdot AB = 2\pi rh$, то для вычисления площади боковой поверхности цилиндра радиуса r и высоты h получается формула $S_{бок} = 2\pi rh$

Объединив, таким образом, рассуждения получим площадь полной поверхности цилиндра.

$$S_{цил} = 2\pi r(r+h).$$

Знакомство с конусом у нас пройдет по аналогичной схеме. Сначала рассмотрим конус как геометрическое тело, затем посмотрим, какой конус называют прямым, разберем элементы конуса, конус как тело вращения, виды сечения конуса, вписанная описанная пирамида, площадь поверхности конуса.

Определение конуса как тела вращения.

Конусом (точнее, круговым конусом) называется тело, которое состоит из круга – основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, – вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Запишите в тетради определение конуса и попробуйте его изобразить в своих тетрадях. (*Записывают и рисуют*).

Посмотрите, какую фигуру (ранее изученную) вам напоминает конус?

Ответы. (Пирамиду)

Скажите, а какие элементы имеет пирамида?

Ответы.

Запишите в тетради определение конуса и попробуйте его изобразить в своих тетрадях. (*Записывают и рисуют*).

Кроме этого у конуса есть следующие элементы: поверхность, высота и ось. Давайте познакомимся с этими понятиями. По ходу работы вы записываете определения.

Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса.

Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания, у прямого конуса основание высоты совпадает с центром основания.

Осью прямого кругового конуса называется, прямая, содержащая его высоту.

(Записывают определение)

Мы рассмотрели определение конуса как геометрического тела и познакомились с его элементами. Давайте теперь рассмотрим конус как тело вращения. Как вы думаете, при вращении какой геометрической фигуры образуется конус?

Ответы.

Конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг одной из его сторон.

(Записывают определение)

На рисунке изображен конус, полученный вращением прямоугольного треугольника ABC2 вокруг катета АВ. При этом боковая поверхность конуса образуется вращением гипотенузы AC2, а основание – вращением катета ВС.

(Записывают определение)

Мы добрались до сечений, но прежде чем мы их рассмотрим, давайте вернемся к пирамиде. Какие фигуры мы могли получить при сечении пирамиды плоскостями?

Ответы.

А как вы думаете при сечении цилиндра, какие фигуры могут получиться?

Ответы.

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину, представляет собой равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны являются образующими конуса.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах.

Если секущая плоскость проходит через ось конуса, то сечение представляет собой равнобедренный треугольник, основание которого диаметр основания конуса, а боковые стороны – образующие конуса. Такое сечение называется осевым.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах

Если секущая плоскость перпендикулярна к оси конуса, то сечение конуса представляет собой круг с центром расположенным на оси конуса.

Зарисуйте и подпишите название в тетрадах.

Следующее утверждение поможет нам познакомиться с новой геометрической фигурой, которая также является телом вращения.

Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, пересекает конус по кругу, а боковую поверхность – по окружности с центром на оси конуса.

(Записывают)

Построив такое сечение в конусе получаем новую фигуру, которая называется усеченным конусом.

Плоскость, параллельная основанию конуса и пересекающая конус, отсекает от него меньший конус.

Оставшаяся часть называется усеченным конусом.

(Записывают определение)

Основание исходного конуса и круг, полученный в сечении этого конуса плоскостью, называются основаниями усеченного конуса.

А отрезок, соединяющий их центры, называется высотой усеченного конуса
(Записывают)

Мы опять, как и в случае с цилиндром, сравнивали конус с пирамидой. И как вы наверное уже догадались пирамиду можно вписать в конус, а можно описать пирамиду конусом. Давайте посмотрим, как это выглядит.

Вписанная пирамида.

Пирамидой, вписанной в конус, называется такая пирамида, основание которой есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, а вершиной является вершина конуса. Боковые ребра пирамиды, вписанной в конус, являются образующими конуса.

Запишите и зарисуйте в тетрадах.

Для того чтоб ввести понятие описанной пирамиды, давайте познакомимся с понятием касательная плоскость к конусу.

Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

Запишите и зарисуйте в тетрадах.

Призмой, описанной около цилиндра, называется призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковые грани касаются цилиндра.

Запишите и зарисуйте в тетрадах.

Мы подобрались к площади полной поверхности конуса.

Площадь полной поверхности конуса состоит из площади основания и площади боковой поверхности. *(Записывают)*

С выводом формул вы только знакомитесь, а записываете только конечный результат.

За площадь боковой поверхности конуса принимается площадь ее развертки.

Т.к. площадь кругового сектора – развертки боковой поверхности конуса равна $\frac{\pi r^2 \alpha}{360}$,

где α - градусная мера дуги АВА', поэтому $S_{\text{бок}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$. Выразая α через l и r получаем
$$\alpha = \frac{360r}{l}.$$

Т.о. $S_{\text{бок}} = \pi r l$

По какой формуле вычисляется площадь основания вам известна.

Сложив две формулы площадь боковой поверхности и площадь основания, получим площадь полной поверхности цилиндра.

Площадь полной поверхности конуса вычисляется по формуле: $S_{\text{пол}} = \pi r(l + r)$

Где l – длина окружности, r – радиус окружности.

(Записывают)

Мы добрались до последнего раздела рассматриваемого на нашем занятии, до шара. Изучение тела мы с вами рассмотрим по следующей схеме: определение шара, элементы шара (шаровая поверхность, радиус, диаметр), определение шара как тела вращения, сечения шара плоскостями, симметрия шара, касательная плоскость к шару, пересечение двух сфер.

Теоремы, которые мы с вами рассмотрим, вы подробно изучите самостоятельно. Продолжаем работу.

Определение шара.

Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется центром шара.

(Записывают)

Рассмотрим элементы шара.

Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности, называется радиусом.

Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется диаметром.

(Записывают)

В определениях диаметра и радиуса вам встретилось новое понятие шаровая поверхность, познакомимся с этим понятием.

Граница шара называется шаровой поверхностью, или сферой. Т.о., точками сферы являются все точки шара, которые удалены от центра на расстояние, равное радиусу.

Концы любого диаметра называются диаметрально противоположными точками шара.

На рисунке точки А и В являются диаметрально противоположными. (Записывают)

Мы рассмотрели определение шара и познакомились с его элементами. Скажите, как вы думаете, при вращении какой фигуры получается шар?

Ответы. (Полукруга)

Тогда сфера образуется при вращении...

Ответы. (Полуокружности)

Сфера может быть получена вращением полуокружности АСВ вокруг ее диаметра АВ как оси.

(Записывают)

Подумайте и скажите, а при сечении шара плоскостью, какие фигуры получаются?

Ответы. (Круг)

Всякое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

(Записывают)

Плоскость, проходящая через центр шара, называется диаметральной плоскостью.

Сечение шара диаметральной плоскостью называется большим кругом, а сечение сферы – большой окружностью.

(Записывают)

Шар обладает свойством симметрии.

Любая диаметральная плоскость шара является его плоскостью симметрии. Центр шара является его центром симметрии.

(Записывают)

Рассматривая цилиндр и конус, мы говорили о касательной плоскости. К шару тоже можно построить касательную плоскость.

Плоскость, проходящая через точку А шаровой поверхности и перпендикулярная радиусу, проведенному в точку А, называется касательной плоскостью.

Точка А называется точкой касания. Прямая в касательной плоскости шара, проходящая через точку касания, называется касательной к шару в этой точке.

(Записывают)

Если у цилиндра и конуса с плоскостью касания была целая прямая, то у шара это единственная точка.

Касательная плоскость имеет с шаром только одну общую точку – точку касания.
(Записывают)

Мы с вами рассмотрели сечения шара и можем сказать, что какое бы сечение мы не построили, в сечении получим круг. А если строим сечение сферы, то получим окружность. Так вот на примере этого есть теорема о пересечении двух сфер, давайте познакомимся с ней.

Линия пересечения двух сфер есть окружность.

(Записывают)

Наша работа заканчивается на площади сферы.

Площадь сферы вычисляется по формуле $S = 4\pi R^2$.

(Записывают)

Вопросы по разобранному материалу есть? Задавайте.

Откройте дневники, запишите домашнее задание. На следующем уроке мы с вами будем работать с цилиндром, решать различные задачи, поэтому дома вы учи все, что касается цилиндра, а теорему разбираете подробно с доказательством.

Урок окончен, можете идти.

Используемая литература.

1. Учебник по геометрии для 10-11 классов средней школы. Атанасян Л.С. и др. М.: Просвещение, 2004 г.
2. Учебник по геометрии для 7-11 классов средней школы. Погорелов А.В. М.: Просвещение, 1993 г.
3. INTEL Обучение для будущего. Ястребцева Е.Н., Быховский Я.С. М.: Русская редакция, 2003 г.